

MO619 / MC948

[Top](#)
[Up](#)

Computational Geometry






Prof. Pedro J. de Rezende

First Semester of 2018

Quick Links:

[News](#) - [Teacher](#) - [Classes](#) - [Content](#) - [Evaluation](#) - [Theoretical Work](#) - [Monography](#) - [Tests](#) - [Criteria for Approval](#) - [Notes](#) - [Important Dates](#) - [Bibliographic References](#) - [LaTeX](#)

What's New?

- [Important notices will be posted here. Check this page regularly.](#)
- I held the [deadline for delivery](#) of the 1st. Proof 2 for a further 24 hours, at the request of a student. [20180608] 
- Suggestions on how to prepare a presentation are [indicated](#) . [20180604] 
- The subject covered by Proof 2 includes topics 10 to 16 (which have been given) from the [relationship below](#) . [20180603] 
- E is available at [1a. Proof 2 issue](#) and a [LaTeX template package](#) to facilitate submission. [20180603] 
- An [Exercise List](#) is available [on part of the subject to be covered by Test 2](#) . [20180603] 
- The notes in Proof 1 are [available](#) . [20180425]
- The [Evidence 1 proposals](#) are available. Even if some of the questions have been reformulated by the teacher, consult the proposer if you need help solving them. [20180414]
- Here [is](#) an article whose content is relevant to the solution of an exercise in this [List of Exercises](#) . [20180411]
- The subject covered by Proof 1 includes topics 2. to 10. (up to Voronoi Diagrams) from the [relationship below](#) . [20180405]
- E is available at [1a. Issue of Test 1](#) and a [package with LaTeX model](#) to facilitate submission. [20180405]
- An [Exercise List](#) is available [on part of the subject to be covered by Test 1](#) . [20180404]
- Some examples of theoretical texts from previous semesters are [indicated](#) . [20180404]
- Classes will start on 02/27. [20180204]

Teacher

- Prof. Pedro J. de Rezende
- IC-29 Room , <http://www.ic.unicamp.br/~rezende> , (19) 3521-5860 , rezende@ic.unicamp.br

Classes and Attendance

- Classes will be held on Tuesdays and Thursdays from 4:00 p.m. to 6:00 p.m. in room IC-351.
- The teacher will provide care to the students right after each class or by individual appointment by email, upon request.

Content

These topics, or their order, may be changed during the semester, depending on the course of the course.
The list below corresponds to topics that were covered the last time this course was offered.

The central objective of this discipline is to study efficient solutions to various computational problems of a geometric nature (see, for example, [Geometry Algorithms Overview](#)) . For this, techniques of development and analysis of efficiency of algorithms will be presented, and, in some cases, tests of optimality.

Although this list of topics is subject to change / additions throughout the semester, the main topics that will be covered are:

1. Prerequisites
 - a. Asymptotic growth of functions (Graduation)
 - b. Complexidade computacional (Graduação)
 - c. Estruturas de dados (Graduação)
 - d. Algoritmos de ordenação (Graduação)
 - e. Algoritmos de busca (Graduação)
 - f. Geometria Analítica (Ensino Médio)
2. Modelos computacionais [dRS94 1.3-1.7] e [PS85 1.4, 5.2] [[notas complementares](#)] [C96 8.1] (Aula 1) (Aula 2)
3. Cotas inferiores e reducibilidade [dRS94 1.7] e [[notas](#)] e [[exercícios](#)] [C96 8.2, 8.3.1] (Aula 3) (Aula 4)
 - Convém ler também essas [notas de Jeffe Erickson levemente corrigidas](#).
4. Problemas Geométricos Elementares [dRS94 3.1-3.2] (Aula 5)
5. Trabalhando com Polígonos [dRS94 3.3-3.5] (Aula 6)
6. Problemas de Convexidade [dRS94 4.1-4.3.5] e [PS85 3.1-3.3.5, 4.1.2, 4.2.3] (Aula 7) (Aula 8) (Aula 9)
7. Estrutura de dados DCEL [[Slides](#)] (Aula 9)
8. Problemas de Consulta Geométrica (Localização de Pontos) [[Slides](#)] [PS85 2.2 a 2.2.2.2] (Aula 10)
9. Problemas de Consulta Geométrica (Busca por Amplitude) [[Slides](#)] [PS85 2.3-2.3.2] (Aula 11)
10. Problemas de Proximidade [PS85 5.1-5.6, 6.1, 6.3.1, 6.4], [dBvKOS97 7.1-7.4] (Aula 12...)
 - Slides com introdução a [Diagramas de Voronoi](#), usados em classe.

- Slides sobre [Diagramas de Voronoi, Triangulação de Delaunay e extensões](#), usados em classe.
 - * Vários [softwares interessantes](#) sobre diagramas de Voronoi (em particular, [Vorglide](#));
 - * um [GIF dinâmico](#);
 - * animações do algoritmo de Steve Fortune:
 - [Rashid Bin Muhamad](#)
 - [Raymond Hill](#)
 - [Eduard Zhang](#)
- Material adicional de leitura: Slides (de Vera Sacristán) com [algoritmos para construção de Diagramas de Voronoi](#); [página sobre o algoritmo de divisão e conquista](#) com ótimas ilustrações.
11. Triangulação [PS85 6.2, 6.2.2], [O'R93 1.2, 2.1-2.2] e [dBvKOS97 3.2-3.3]
 - Leitura adicional (contém muito mais do que vimos em classe) sobre [Triangulações de Delaunay](#).
 - Slides sobre [Triangulação](#), usados em classe. (n-3ª)
 12. Problemas de Intersecção [PS85 7.1-7.2], [dBvKOS97 2.1]
 - Interseção de Polígonos Convexos, Estrelados, Simples
 - Teste de Simplicidade
 - Interseções de Segmentos (intervalos, segmentos horizontais, horizontais+verticais)
 - Detecção e enumeração (Slides sobre [Intersecções](#) que utilizamos em classe.) (n-3ª)
 - [Guia de estudo](#) na forma de perguntas que utilizamos em classe. (n-2ª)
 - [Separabilidade de dois conjuntos de pontes](#)
 - [Separabilidade de dois polígonos convexos](#)
 - [Interseção de meios-planos](#)
 - [Planaridade de um desenho de grafo](#)
 - Interseção de circunferências
 13. Problemas de Caminhos Mínimos [O'R93 8.1-8.2] e [dBvKOS97 15.1-15.2]
 - Grafos de visibilidade e suas aplicações a determinação de caminhos mínimos.
 - Caminhos mínimos no interior de polígonos simples. (Slides sobre [Caminhos Mínimos](#) que utilizamos em classe.)
 - [Leitura adicional](#).
 - [Survey sobre este tópico](#) = seções 1.1, 2.1, 3.1.)
 - [Caminhos mínimos na presença de obstáculos poligonais](#). [Este tópico poderá ser omitido.]
 - [Métricas não euclidianas](#). [Este tópico poderá ser omitido.]
 14. Arranjos de retas [O'R93 6.1-6.3, 6.5]* e [dBvKOS97 8.2-8.3]* [Este tópico poderá ser omitido.]
 - [Arranjos de retas no plano](#). [Este tópico poderá ser omitido.]
 - [Dualidade e aplicações \(incl. grafo de visibilidade\)](#). [Este tópico poderá ser omitido.]
 15. Separabilidade [O'R93 8.7]
 - Separabilidade de segmentos de retas, polígonos convexos, NP-dificuldade do problema geral. (Slides sobre [Separabilidade](#) que utilizamos em classe.)
 16. Problemas de Galeria de Arte [O'R87 pgs: 1-9 36-47, 116-123, 217-219, 228-231, 239-242]
 - Teorema de Fisk ([Slides](#) usados em classe.), NP-Completo do problema da minimização. ([Slides](#) usados em classe.)
 17. Problemas de Galeria de Arte
 - Algoritmo exato via cobertura de conjuntos: estratégias eficientes para instâncias grandes. ([Slides](#) usados em classe e o correspondente [artigo](#).)

Avaliação

Haverá um trabalho teórico e duas provas como parte da avaliação obrigatória desta disciplina.

Trabalho Teórico

Cada estudante fará um trabalho teórico (TT) em profundidade a respeito de um tópico de natureza geométrica escolhido em comum acordo com o professor.

O tópico deverá corresponder ao estudo de um problema aberto (por exemplo, [desta lista](#)) ou tópico similar mediante concordância do professor, e deverá incluir:

- Leitura dos artigos de referências relevantes ao problema;
- Aprofundamento no estado da arte das tentativas de solução existentes na literatura.

Antes de fazer sua escolha, consulte a [relação dos tópicos](#) já escolhidos pelos seus colegas.

Uma monografia para o trabalho (de 6 a 10 páginas, preferencialmente em [LaTeX](#)) deverá ser entregue para avaliação e deverá conter:

1. uma clara descrição do problema;
2. uma exposição resumida do conteúdo das referências que foram lidas sobre o problema;
3. um sumário dos avanços já obtidos para a solução do problema (incluindo os casos particulares já solucionados);
4. uma conclusão sobre as dificuldades inerentes ao problema, segundo a sua ótica;
5. uma proposta de abordagem que você acredita que poderia trazer algum avanço à solução do problema.

Ao submeter sua monografia, envie por e-mail para rezende@ic.unicamp.br, um tgz ou zip de um diretório que contenha o PDF do seu trabalho e todos os arquivos fontes (em LaTeX) do trabalho.

Você pode e deve consultar livremente todo material impresso ou digitalmente disponível podendo incluir em sua monografia:

- citações interpretadas (e traduzidas) por você devidamente referenciadas;
- citações *ipsis litteris* desde que devidamente sinaladas com aspas e referenciadas;
- ilustrações obtidas de outras fontes desde que devidamente referenciadas.

Para obter cópia dos artigos listados nas referências, você pode se beneficiar de vários repositórios de artigos disponíveis na WEB, incluindo (acesse de um IP da Unicamp): [Portal de Periódicos da Capes](#); [JSTOR](#); [ACM Digital Library](#); [IEEE Xplore](#); etc.

Com um zeloso cuidado em fazer suas citações corretamente, você evitará qualquer similitude imprópria e potencial libelo de plágio.

As a **model suggestion** for your monograph, refer to the following examples of theoretical work papers from previous semesters: [example1](#) , [example2](#) , [example3](#) .

Each student will make an oral presentation (lasting up to 30 minutes) for the class and the teacher about their work. The order of the presentations will be established in class in due course.

Here are good tips on how to prepare a presentation: [Parberry](#) and [Drysdale](#) .

A avaliação desse trabalho (monografia + apresentação) corresponderá a 0,4 da nota do semestre.

Relação dos tópicos já escolhidos

Os seguintes alunos já escolheram os tópicos para seus trabalhos:

| Aluno | Problema Aberto/Tema Escolhido |
|--------------------|---|
| Natanael Ramos | Maximum Area Polygonalization |
| Augusto Bernardi | Shortest paths in line arrangements - http://jeffe.cs.illinois.edu/open/algo.html#shortpath |
| Guilherme Valarini | Dynamic Planar Nearest Neighbors - http://cs.smith.edu/~jorourke/TOPP/P63.html#Problem.63 |
| Allan S. Barboza | Convex Quadrangulations of Bichromatic Point Sets - https://mat-web.upc.edu/people/carlos.seara/data/publications/internationalConferences/EuroCG-17_paper_23.pdf |

Provas

Haverá 2 provas (**P1**, **P2**) durante o semestre nas datas indicadas abaixo.

Os pesos serão 0,2 e 0,4 da nota do semestre, para a 1a. e a 2a. provas, respectivamente. As provas serão tomadas em classe durante horário de aula, constituindo-se em trabalho individual.

Não serão ministradas provas antecipadas nem de reposição. O não comparecimento à primeira prova, se justificado de modo considerado satisfatório *pelo professor*, será sanado pela substituição daquela nota pela da segunda prova, a qual é obrigatória.

Esta disciplina não prevê Exame final (tanto para MO619 quanto para MC948).

Aviso: Qualquer tentativa de cola ou fraude, detectada durante uma prova ou posteriormente, implicará nota zero naquela prova e na aplicação das sanções regimentais previstas.

Como as notas de **P1**, **P2** e **TT** serão entre 0,0 e 10,0, a Média Semestral (**MS**) será, portanto, calculada pela expressão:

$$MS := (0.2 * P1 + 0.4 * P2 + 0.4 * TT)$$

As Menções Finais (**MF**) para MO619 serão obtidas pelo seguinte mapeamento da Média Semestral, **MS**:

MS ≥ 9,0 => **MF**:=A, **MS** entre [7,5; 9,0) => **MF**:=B, **MS** entre [6,0; 7,5) => **MF**:=C, **MS** entre [0,0; 6,0) => **MF**:=D.

A Tabela de Notas está disponível [aqui](#). 

Trabalho Prático

Cada estudante que se interessar por realizar um opcional trabalho prático (de implementação, testes e análise de resultados) sobre algum problema geométrico deverá discutir essa possibilidade com o professor até o dia 03 de maio, impreterivelmente. Note a última palavra: **impreterivelmente**.

Os trabalhos práticos serão avaliados e poderão acrescer a Média Semestral (**MS**) em até 1,0 (um) ponto.

Datas importantes

| Dia | Evento | Local / Meio |
|-----------------------|---|--------------------------------------|
| 27/02 | Primeiro dia de aula | IC-351 |
| 27/03 | Definição do Tópico do Trabalho Teórico | Obtenha concordância do professor |
| 12/04 até as 24h00 | Entrega da Questão 1 da Prova 1 | Por e-mail (PDF e arquivos-fonte) |
| 19/04 | Prova 1 | IC-351 |
| 03/05 | Definir tópico para Trabalho Prático (opcional) | Discutir com o professor |
| 22/05 até as 24h00 | Entrega da Monografia do Trabalho Teórico | Por e-mail (PDF e arquivos-fonte) |

| | | |
|-------------------------------|---|--------------------------------------|
| | (Faremos o sorteio da ordem das apresentações.) | |
| 09/06 até as 24h00 | Entrega da Questão 1 da Prova 2 | Por e-mail (PDF e arquivos-fonte) |
| 12/06 | Prova 2 | IC-351 |
| 14/06 e 19/06 | Apresentações Oraís dos Trabalhos Teóricos (25 + 5 mins): Guilherme, Augusto, Natanael, Allan | IC-351 |
| 19/06 | Último dia de aula | IC-351 |

Referências Bibliográficas

Vários livros dentre os seguintes estão disponíveis na Biblioteca do IMECC para referência bibliográfica. Não há um livro texto para esta disciplina, mas praticamente todo o material a ser visto pode ser encontrado num dos seguintes: [dRS94], [PS85], [dBvKOS97] e [O'R93]. À medida que cada tópico vá sendo coberto, o professor indicará qual referência melhor se aplica. Certos tópicos de geometria computacional poderão ser retirados de outros livros, especialmente: [O'R87], [Mul93], [Ede87], [Sto91], [Tou85] e [Kle89]. Para uma revisão de análise de algoritmos, recomenda-se: [Man89], [Sed83], [CLR90] e [AHU74]. Uma abordagem interessante para quando se precisar rever estruturas de dados é a do livro [SW].

- [AHU74] A. Aho, J. Hopcroft, and J. Ullman. The Design and Analysis of Computer Algorithms. Addison-Wesley, Reading, MA, 1974.
- [AL93] S. G. Akl and K. A. Lyons. Parallel Computational Geometry. Prentice-Hall, 1993.
- [CF91] P.C. Carvalho and L.H. Figueiredo. [Introdução à Geometria Computacional](#). 18o. Colóquio Brasileiro de Matemática. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, 1991.
- [C96] J. Chen, [Computational Geometry, Methods and Applications](#), 1996.
- [CLR90] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, and R. L. Rivest. Introduction to Algorithms. The MIT Press, Cambridge, Mass., 1990.
- [dBvKOS97] M. de Berg, M. van Kreveld, M. Overmars, and O. Schwarzkopf. Computational Geometry: Algorithms and Applications. Springer-Verlag, New York, 1997.
- [dRS94] P. J. de Rezende and J. Stolfi. [Fundamentos de Geometria Computacional](#). IX Escola de Computação. Universidade Federal de Pernambuco, 250 pp., 1994.
- [Ede87] H. Edelsbrunner. Algorithms in Combinatorial Geometry, volume 10 of EATCS Monographs on Theoretical Computer Science. Springer-Verlag, Heidelberg, West Germany, 1987.
- [GJ79] M. R. Garey and D. S. Johnson. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. W. H. Freeman, New York, NY, 1979.
- [Kle89] R. Klein. Concrete and Abstract Voronoi Diagrams, volume 400 of Lecture Notes in Computer Science. Springer-Verlag, 1989.
- [Man89] U. Manber. Algorithms: A Creative Approach. Addison-Wesley, Reading, MA.
- [Mul93] K. Mulmuley. Computational Geometry: An Introduction Through Randomized Algorithms. Prentice Hall, New York, 1993.
- [O'R87] J. O'Rourke. [Art Gallery Theorems and Algorithms](#). Oxford University Press, 1987.
- [O'R93] J. O'Rourke. Computational Geometry in C. Cambridge University Press, 1993.
- [PS85] F. P. Preparata and M. I. Shamos. Computational Geometry. Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [Sed83] R. Sedgewick. Algorithms. Addison-Wesley, Reading, MA, 1983.
- [Sto91] J. Stolfi. Oriented Projective Geometry: A Framework for Geometric Computations. Academic Press, 1991.
- [SW] D. F. Stubbs and N. W. Webre. Data Structures with Abstract Data Types and Pascal. Brooks/Cole.
- [Tou85] G. T. Toussaint, editor. Computational Geometry. North-Holland, Amsterdam, Netherlands, 1985.

Wikipedia tem também uma longa [lista de livros da área](#).

Conferências/Simpósios com artigos em Geometria Computacional

Muitos artigos que eventualmente aparecem em revistas especializadas (journals) têm versões preliminares publicadas em conferências ou simpósios da área e podem assim ser conhecidos meses (ou até anos) antes de sua publicação final. Outros artigos de grande relevância podem ser apresentados nesses eventos sem serem posteriormente submetidos a revistas. Como a UNICAMP tem acesso (via seus IPs institucionais) a vários sites de publicações eletrônicas (especialmente [ACM](#) e [IEEE](#)) muitos dos anais (proceedings) podem ser obtidos em PDF.

Consulte os links seguintes para uma relação muito completa de conferências dedicadas a (ou com trilhas em) geometria computacional:

- [Lista de conferências](#) de Erik Demaine.
- [Lista de eventos](#) de Joe Mitchell (inclui também conferências em áreas próximas).

Problemas Abertos em Geometria Computacional

Há várias possíveis fontes de problemas abertos em geometria computacional. As seguintes referências formam um bom ponto de partida:

- [The Open Problems Project de Demaine, Mitchell, O'Rourke](#).
- [Problemas abertos de David Eppstein](#).
- [Problemas abertos de Jeff Erickson](#) (veja também os links dessa página).

Links úteis sobre Geometria Computacional

- Links para diversas [páginas sobre geometria computacional](#). [Se você encontrar outras (de equivalente grau de relevância) que não constam ali, me avise por e-mail: rezende@ic.unicamp.br.]
- Mais uma página com links para diversas [outras páginas sobre geometria computacional](#).
- Links para [software](#) de geometria computacional na Web.

Recursos sobre apresentação de seminários/palestras

Vale a pena ler os seguintes documentos:

- [Giving Technical Talks](#)

Onde aprender a usar LaTeX

Existem vários livros, apostilas e tutoriais online sobre LaTeX. Em particular, recomendo:

- [Document Preparation with Latex](#), de Budgen & Nelson.
- [Getting Started with Latex](#), de Wilkins.
- [A Simplified Introduction to LaTeX](#), de Greenberg.
- [In Portuguese] [The not so short introduction of LaTeX 2e](#) of Oetiker, Partl, hyna & Schlegl.